

## Raport Științific

Asupra implementării Grantului 145/2012 în perioada Decembrie 2013 - Decembrie 2014

### A) Organizarea echipei și activități principale

În cadrul Grantului PN-II-ID-PCE-2011-3-0211, director CS 1 Dr. Dan Tiba (Institutul de Matematică, Academia Română, București) activitățile anului 2014 au urmat planul din proiectul pregătit pentru competiția de granturi din 2011. Membrii echipei sunt CS 1 Dr. Dan Tiba (director), Prof. Dr. Andrei Halanay, (Univ. Politehnica, București) doctorand Diana Merlușcă (Institutul de Matematică, Academia Română, București). Din Aprilie 2012, CS 1 Dr. Vasile Dragan de la Institutul de Matematică, Academia Română, București, este de asemenea un foarte activ membru al echipei Grantului. În toamna lui 2012, Roxana Nicolai (care a terminat studiile de Master în iulie 2012) a devenit doctorand la Institutul de Matematică, Academia Română, București, conducător CS 1 Dr. Dan Tiba, și membră a echipei Grantului din 2013.

Din păcate, colegul nostru de grant, Prof. V. Arnautu de la Univ. Iași, a decedat pe 4 ianuarie 2014, după o neașteptată îmbolnăvire.

Activitatea Grantului pe 2014 are ca unul din cele mai importante rezultate realizarea a nouă articole, publicate sau aflate într-o fază avansată de publicare, (din care cinci sunt ISI, unul este BDI, iar trei sunt articole de tip conferință) de către membrii Grantului singuri sau prin colaborare cu matematicieni cunoscuți ca Luciano Pandolfi (Italia), Samir Aberkane și Cornel Murea (Franța), Ivan Ivanov (Bulgaria). Toate activitățile sunt legate de obiectivele Grantului. Alte articole sunt într-o fază avansată de elaborare și vor fi raportate într-o etapă viitoare.

Diana Merlușcă a susținut teza de doctorat în Septembrie 2014 *Aplicații ale dualității în unele probleme infinite dimensionale de optimizare*, puternic legată de subiectele și obiectivele Grantului. Ea a fost, de asemenea, suportată de un grant POSDRU, pentru munca ei.

Ca activități internaționale prestigioase legate de Grant, menționăm că Dan Tiba a continuat munca sa în cadrul European Research Council, Bruxelles, a prezidat o Invited Session la International Congress of Mathematicians, Seul, august 2014, a susținut conferințe plenare invitate la International Workshop on *Variational and Hemivariational Inequalities: Theory, Numerics, and Applications*, iunie 28-30, 2014, la Xi'an Jiaotong University, la CAIM 2014, 17-21 September 2014,

Univ. Bacau. La Humboldt Colloquium *On Form and Pattern* în București, mai 2014, Dan Tiba și Roxana Nicolai au avut de asemenea prezentări invitate. Toate aceste evenimente au fost sponsorizate în principal din surse externe.

Cu suport integral din partea Grantului, membrii echipei au participat și prezentat comunicări la mitingul AIMS din Madrid, Univ. Autonoma, august 2014 (Dan Tiba și Roxana Nicolai), la 21st International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, iulie 2014, Groningen (Vasile Dragan), la 5-th Hurwicz miting, la Banach Center în Warsaw, noiembrie 2014 (Dan Tiba). Aceste activități internaționale de diseminare sunt puternic legate de obiectivele Grantului.

## B) articole ISI

Discutăm acum cele cinci articole ISI, primele trei sunt publicate în 2014, articolul 4 are deja corectura făcută și va fi publicat în DCDS, vol.35, no.6, 2015, iar articolul 5 are deja un raport pozitiv și a fost trimisă varianta revizuită la JMAA.

1) **On computing the stabilizing solution of a class of discrete-time periodic Riccati equations**, de Vasile Dragan, Samir Aberkane and Ivan G. Ivanov, Int. J. Robust Nonlinear Control (2013), DOI: 10.1002/rnc.3131., impact factor 2,652.

În această lucrare, o metodă iterativă pentru calculul numeric al soluției mărginite și stabilizante pentru o ecuație Riccati cu timp discret și cu semn nedefinit la partea pătratică, este propus.

Pe scurt, metoda propusă poate fi descrisă după cum urmează: pentru fiecare  $k = 0, 1, \dots$  se construiește un șir periodic  $\{X^k(t)\}_{t \in \mathbf{Z}}$  și un șir periodic  $\{Z^k(t)\}_{t \in \mathbf{Z}}$  prin  $X^0(t) = 0$  pentru toate  $t \in \mathbf{Z}$  și  $X^k(t) = X^{k-1}(t) + Z^{k-1}(t)$ ,  $k \geq 1, t \in \mathbf{Z}$  iar, pentru fiecare  $k = 0, 1, \dots$ ,  $Z^k(\cdot)$  se calculează ca unica soluție stabilizatoare și periodică a unei anume ecuații Riccati cu timp discret și cu semn definit (pentru care există deja metode de rezolvare).

Am arătat că pentru fiecare  $t \in \mathbf{Z}$ , șirul  $\{X^k(t)\}_{k \geq 0}$  nu este descrescător și converge la unica soluție stabilizatoare și mărginită a ecuației Riccati cu timp discret și cu semn nedefinit considerată mai sus și  $\lim_{k \rightarrow \infty} Z^k(t) = 0$  pentru  $t \in \mathbf{Z}$  (aici  $\mathbf{Z}$  sunt numerele întregi).

2) **Stabilizing solution of periodic game-theoretic Riccati differential equation of stochastic control**, Vasile Dragan, IMA Journal of Mathematical Control and Information (2014) Page 1 - 27, doi:10.1093/imamci/dnu026, impact factor 0,967.

În această lucrare, am considerat problema calculului numeric a soluției stabi-

lizatoare și periodice a unui anume joc teoretic cu ecuație diferențială Riccati cu coeficienți periodici și control stochastic. Algoritmul propus consistă în calculul numeric a două șiruri de funcții periodice  $\{X^k(t)\}_{k \geq 0}$ ,  $\{Z^k(t)\}_{k \geq 0}$ , unde, la fiecare pas  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $Z^k(\cdot)$  este soluția unică stabilizatoare și periodică a unei anume ecuații diferențiale Riccati cu semn definit pentru partea pătratică (pentru care există deja metode de rezolvare numerică). În plus se consideră  $X^k(t) = X^{k-1}(t) + Z^{k-1}(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots$  cu  $X^0(t) = 0, t \in \mathbf{R}$ . Se arată că  $X^k(t)$  converge la soluția unică stabilizatoare și periodică a jocului teoretic cu ecuație diferențială Riccati considerat și  $Z^k(t)$  tinde la zero când  $k$  tinde la  $\infty$ .

3)  **$H_2$  optimal filtering for continuous-time periodic linear stochastic systems with state-dependent noise**, Vasile Dragan, Samir Aberkane, *Systems and Control Letters*, 66, (2014), pag. 35-42.

(<http://dx.doi.org/10.1016/j.sysconle.2013.12.020> 0167-6911/2014 Elsevier), impact factor 1,886.

În problema estimării semnalului generat de un sistem dinamic afectat de zgomot alb aditiv sau multiplicativ, binecunoscutul filtru Kalman-Bucy nu poate fi implementat deoarece reprezentarea spațiului său de stare conține aceleași perturbații de tip zgomot alb multiplicativ care afectează sistemul dinamic a cărui ieșire este estimată.

În această lucrare am studiat problema estimării semnalului care este ieșirea unui sistem dinamic modelat de un sistem de ecuații diferențiale Ito cu zgomot alb aditiv și multiplicativ și coeficienți periodici. Clasa filtrelor admisibile constă în toate sistemele deterministe cu coeficienți periodici de forma:

$$\dot{x}_f(t) = A_f(t)x_f(t) + B_f(t)y(t)$$

$$z_f(t) = x_f(t)$$

cu intrări măsurate  $y(t)$  și cu ieșirea fiind semnalul estimat  $z_f(t)$ . Calitatea estimării realizate de un filtru admisibil este măsurată de media pătratică a devierii valorilor semnalului calculat  $z_f(t)$  în raport cu valorile  $z(t)$  semnalului care trebuie estimat.

Am arătat că printre toate filtrele admisibile cu dimensiune arbitrară a spațiului stărilor, cea mai bună estimare se realizează de un filtru cu reprezentarea spațiului stărilor descrisă de soluția periodică unică a unei anumite ecuații diferențiale de tip Lyapunov și de soluția periodică stabilizantă unică a unei anumite ecuații diferențiale Riccati cu semn pozitiv pentru partea sa pătratică.

Derivarea reprezentării spațiului stărilor pentru filtrul optimal a fost făcută în ipoteza că sistemul dinamic care generează semnalul de estimat, este exponențial stabil în medie pătratică. Ca o problemă dificilă pentru cercetări viitoare apare întrebarea de a slăbi această ipoteză.

4) **IMPLICIT FUNCTIONS AND PARAMETRIZATIONS IN DIMENSION THREE: GENERALIZED SOLUTIONS**, Dan Tiba, Roxana

Metodele de domeniu fixat în optimizarea formelor (optimizare geometrică) implică utilizarea reprezentărilor implicite pentru domeniile necunoscute. În probleme de tip Dirichlet există deja tehnici pentru implementarea acestor metode. În cazul problemelor de tip Neumann (sau alte condiții la limită) este necesară o foarte detaliată cunoaștere a frontierelor necunoscute.

Această lucrare discută o tehnică nouă, bazată pe ecuații diferențiale ordinare, pentru a obține informațiile dorite. Pornind de la ecuația implicită care reprezintă geometria, se introduce un sistem Hamiltonian care produce soluția locală a acestei ecuații în formă parametrică. Aceasta permite să obținem derivatele normale pe frontierele necunoscute, de exemplu.

Metoda poate fi extinsă la cazul critic, care nu a fost rezolvat până acum în literatura de specialitate. Se introduce noțiunea de soluție generalizată pentru sisteme singulare. Mai multe exemple numerice, atât pentru cazul clasic cât și în cazul critic, sunt indicate.

Articolul extinde rezultate mai vechi ale autorilor și va fi generalizat la cazul dimensiunii arbitrare, în viitor.

**5) Approximate controllability and lack of controllability to zero of the heat equation with memory**, Andrei Halanay, Luciano Pandolfi (acceptat modulo revizie) Journal of Mathematical Analysis and Applications (2014), impact factor 1,119.

În acest articol considerăm ecuații parabolice cu memorie într-o regiune mărginită  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ,  $d \geq 1$ , în cazul când viteza de propagare a semnalului este infinită (modelul Coleman-Gurtin). Nucleul de memorie este de clasă  $C^1$ . Examinăm proprietățile de controlabilitate atât pentru control frontieră cât și în cazul controlului distribuit într-o subregiune a lui  $\Omega$ . Demonstrăm controlabilitate aproximativă a sistemului și, prin contrast cu aceasta, demonstrăm existența condițiilor inițiale care nu pot fi controlate la zero într-un anumit timp  $T$  (desigur pentru nucleu nenul de memorie). În ambele cazuri, derivăm rezultatele noastre din binecunoscute proprietăți ale sistemelor parabolice fără memorie.

Rezultatele acestei lucrări intră în obiectivele acestui Grant.

### C) Articole BDI

**6) Lack of controllability of thermal systems with memory**

Andrei Halanay and Luciano Pandolfi, EVOLUTION EQUATIONS AND CONTROL THEORY Volume 3, Number 3, September 2014 pp. 485–497, doi:10.3934/eect.2014.3.485

Se studiază ecuații cu memorie de tip Gurtin-Pipkin:

$$w_t = \alpha w_{xx} + M(t-s)w_{xx}(x,s)s, \quad w(x,0) = \xi(x), \quad (1)$$

unde timpul  $t = 0$  este momentul după care se aplică un control frontieră  $f$  sistemului, adică avem condițiile la frontieră:

$$w(0,t) = f(t), \quad w(\pi,t) = 0 \quad t > 0.$$

Reiese că atunci când  $\alpha = 0$  avem proprietăți de controlabilitate care reamintesc pregnant pe cele ale ecuației undelor. În schimb, contraexemplu recente arată că atunci când  $\alpha > 0$  proprietățile controlului nu sunt similare cu cele ale ecuației parabolice fără memorie, în sensul că există condițiilor inițiale care nu pot fi controlate la zero. Demonstrația acestui fapt, în lucrări precedente, consistă în construcția a două destul de speciale exemple de sisteme cu memorie care nu pot fi controlate la zero. Aici, demonstrăm că, în dimensiune spațială unu, lipsa de controlabilitate are loc în general, pentru orice nucleu neted de memorie  $M(t)$ .

Al doilea autor a fost sponsorizat de INDAM-CNR din proiectul franco-italian “Groupement de Recherche en Contrôles des EDP (CONEDP)”

## D) Articole de Proceedings

7) **Steady Fluid-Structure Interaction Using Fictitious Domain**, Andrei Halanay, Cornel Murea, în C. Potzsche et al. (Eds.): CSMO 2013, IFIP AICT 443, pp. 110, 2014. DOI: 10.1007/978-3-662-45504-3 12

Fie  $D \subset \mathbb{R}^2$  un domeniu cu frontieră  $\partial D$  netedă. Fie  $\Omega_0^S$  domeniul structurii nedeformate și presupunem că frontiera sa admite descompunerea  $\partial\Omega_0^S = \Gamma_D \cup \Gamma_0$ , unde  $\Gamma_0$  este o mulțime relativ deschisă a frontierei. Pe  $\Gamma_D$  impunem deplasare zero pentru structură. Presupunem că  $\bar{\Omega}_0^S \subset D$ .

Presupunem că structura este elastică și notăm prin

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) : \Omega_0^S \rightarrow \mathbb{R}^2$$

deplasarea sa. O particulă a structurii cu poziție inițială la punctul  $\mathbf{X}$  va ocupa poziția

$$\mathbf{x} = \varphi(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X})$$

în domeniul deformat  $\Omega_u^S = \varphi(\Omega_0^S)$ .

Presupunem că  $\bar{\Omega}_u^S \subset D$  și fluidul ocupă

$$\Omega_u^F = D \setminus \bar{\Omega}_u^S.$$

Punem  $\Gamma_u = \varphi(\Gamma_0)$ , și frontiera structurii deformată este  $\partial\Omega_u^S = \Gamma_D \cup \Gamma_u$  iar frontiera fluidului admite descompunerea

$$\partial\Omega_u^F = \partial D \cup \Gamma_D \cup \Gamma_u.$$

Această problemă este tratată folosind tehnica domeniilor fictive cu penalizare. Experimente numerice sunt de asemenea indicate.

8) **A Penalization Method for the Elliptic Bilateral Obstacle Problem**, Dan Tiba, Cornel Murea, în C. Potzsche et al. (Eds.): CSMO 2013, IFIP AICT 443, pp. 110, 2014. DOI: 10.1007/978-3-662-45504-3 18

În această lucrare propunem un nou algoritm pentru binecunoscuta problemă cu obstacol bilateral. Metoda este de tip domeniu fixat și folosește doar ecuații liniare eliptice în fiecare iterație. Mulțimea aproximativă de coincidență este calculată în mod explicit. Algoritmul reprezintă o aplicare a tehnicilor din optimizarea formelor la probleme cu frontieră liberă. Aceasta are o origine naturală deoarece ambele clase de probleme implică geometrii necunoscute. În exemplele numerice, algoritmul are o convergență rapidă.

9) **SHAPE OPTIMIZATION AND THE IMPLICIT PARAMETRIZATION METHOD. APPLICATIONS**, Roxana Nicolai (acceptat pentru publicare în Proceedings of the Humboldt Colloquium "On form and Pattern", Bucharest, June 2014), Editura Academiei, Bucharest (2015).

Articolul discută metoda parametrizării implicite și continuă investigarea din lucrarea 4) de mai sus și din alte lucrări ale autorilor. Aplicațiile la optimizarea formelor (optimizare geometrică) sunt explicate, iar noi aplicații teoretice la ecuații diferențiale ordinare definite implicit (de exemplu de tip Lagrange) sau la metode variaționale pentru funcții implicite, sunt indicate.